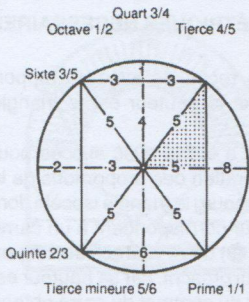
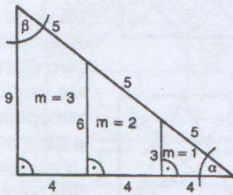


MESURES DE BASE ET PROPORTIONS
PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES



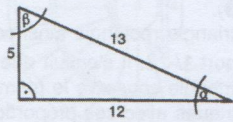
1 Le rectangle de Pythagore inclut toutes les proportions d'intervalle et exclut les disharmonieuses : deuxième et septième.



2 Triangle de Pythagore.

α	a	b	c	β	m	x	y
36° 87'	3	4	5	53° 13'	1	1	2
22° 62'	5	12	13	67° 38'	1	2	3
16° 26'	7	24	25	73° 74'	1	3	4
28° 07'	8	15	17	61° 93'	0,5	3	5
12° 68'	9	40	41	77° 32'	1	4	5
18° 92'	12	35	37	71° 08'	0,5	5	7
43° 60'	20	21	29	46° 40'	0,5	3	7
31° 89'	28	45	53	58° 11'	0,5	5	9

3 Relation entre les nombres à partir des équations de Pythagore (sélection).



4 Exemple.

Il existe depuis l'Antiquité des conventions concernant les dimensions pour la construction. Des indications précises et essentielles remontent au temps de Pythagore. Pythagore partait du principe que les rapports numériques relatifs à l'acoustique devaient être aussi visuellement harmonieux. De là est issu le rectangle de Pythagore (fig. 1) qui implique toutes les proportions d'intervalles harmonieuses (rapports harmonieux) et qui exclut aussi les deux rapports non harmonieux : seconde et septième.

Les dimensions des pièces doivent être déduites de ces proportions de nombres. Les équations de Pythagore, ou selon le cas de Diophante, donnent des groupes de nombres (fig. 2, 3 et 4) qui doivent être utilisés pour la largeur, la hauteur et la longueur des pièces. Ces groupes de nombres peuvent être calculés avec la relation $a^2 + b^2 = c^2$:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a = m(y^2 - x^2)$$

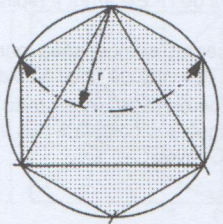
$$b = m \cdot 2 \cdot x \cdot y$$

$$c = m(y^2 + x^2)$$

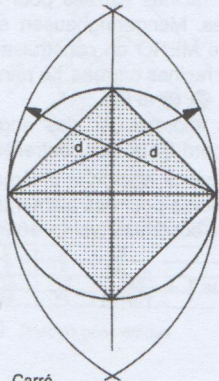
De là, on tire : x et y : chiffres entiers
x plus petit que y
m : fact. de multiplication ou, selon le cas, de division

Les formes géométriques citées par Platon et Vitruve sont aussi d'une importance primordiale : le cercle, le triangle (fig. 5) et le carré (fig. 6) à partir desquels on peut tracer des lignes polygonales. D'autres lignes polygonales (par exemple à 7 côtés (fig. 9) ou à 9 côtés (fig. 10)) peuvent être construites, mais seulement de façon approximative ou par superposition. Ainsi on peut construire un polygone à 15 côtés (pentadécagone) (fig. 8) par superposition d'un triangle équilatéral et d'un pentagone. Le pentagone (fig. 7) ou pentagramme (pentacle) a, de la même manière que le décagone qui en provient, une relation naturelle avec la « Section d'or » (voir p. 46, fig. 1 et 2). Mais ses proportions spéciales ont été rarement utilisées jadis.

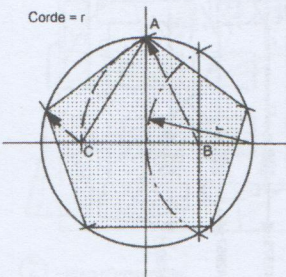
Les lignes polygonales sont nécessaires pour les projets et la construction de bâtiments dits « ronds ». Pour la détermination des grandeurs les plus importantes : rayon, corde et hauteur du triangle (fig. 13 et 14).



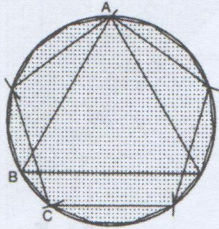
5 Triangle équilatéral et hexagone.



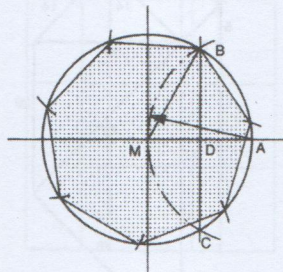
6 Carré.



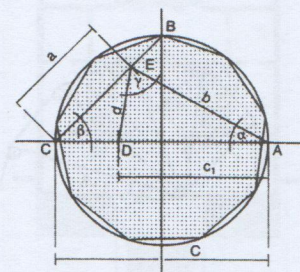
7 Pentagone. Bissection du rayon \approx B, arc depuis B avec $AB \approx C$. $A - C \approx$ côté du pentagone.



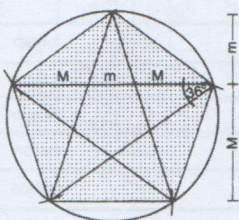
8 Pentadécagone $BC = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$.



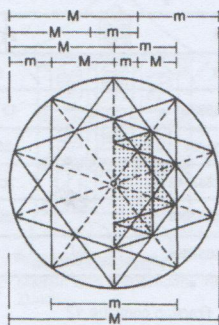
9 Heptagone approximatif. BC coupe perpendiculairement AM en D en le divisant en deux. BD est approximativement le 1/7 de la circonférence.



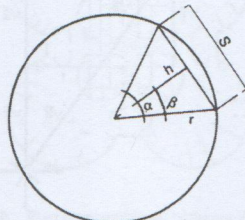
10 Nonagone approximatif. L'arc de cercle de rayon AB à partir de A coupe AC en D et donne $AD = c1$. L'arc de cercle de rayon $CA/2$ à partir de C coupe BC en E et donne $CE = a$. La distance DE correspond approximativement au 1/9 de la circonférence \approx d.



11 Pentagone et « section d'or ».



12 Décagone et « section d'or ».



13 Calcul de la dimension d'une ligne polygonale.

$$h = r \cdot \cos\beta$$

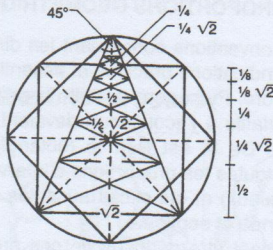
$$\frac{S}{2} = r \cdot \sin\beta$$

$$S = 2 \cdot r \cdot \sin\beta$$

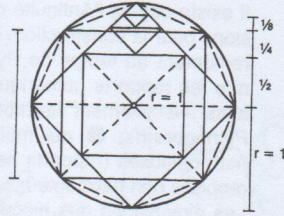
$$h = \frac{S}{2} \cdot \cotang\beta$$

14 Formules de calcul (fig. 13).

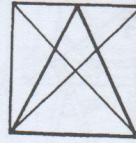
MESURES DE BASE ET PROPORTIONS PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES NÉCESSAIRES



① Triangle $\pi/4$ selon A. v. Drach.



② Carrés réalisés à partir d'un octogone (figures 2 à 4).



Le triangle isocèle rectangle avec un rapport $1/2$ entre la base et la hauteur est le triangle de quadrature.

L'architecte Knauth a utilisé avec succès pour ses travaux d'élaboration des proportions de la cathédrale de Strasbourg le triangle isocèle dont la base et la hauteur correspondent à un carré. Le triangle $\pi/4$ (fig. ①) de A. v. Drach est un peu plus pointu que celui prescrit, car sa hauteur est déterminée à partir du sommet du carré obtenu par rotation de $\pi/4$. Ceci a été appliqué aussi

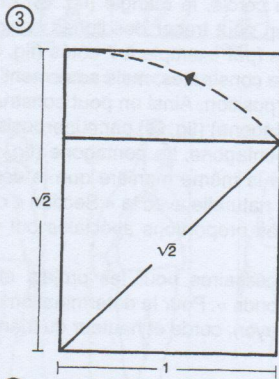
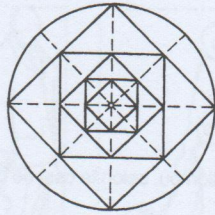
avec succès par l'inventeur, à des détails et des appareils. À part toutes ces figures, les proportions relatives à l'octogone peuvent être trouvées sur de nombreuses constructions anciennes, d'après les recherches de L. R. Spitzenfeil. Le triangle appelé « triangle-diagonal » sert ici de base. La hauteur du triangle est égale à la diagonale du carré construit sur la demi-ligne de base (fig. ②, ③ et ④).

Le triangle rectangle ainsi construit (fig. ⑤) a des côtés dans un rapport $1/\sqrt{2}$. Il s'ensuit que la division ou la multiplication par 2 du triangle conserve le même rapport des côtés. Des suites géométriques avec ces proportions procurent des échelonnements à l'intérieur d'un octogone (fig. ② à ④) et la succession des racines carrées de 1 à 7 (fig. ⑥).

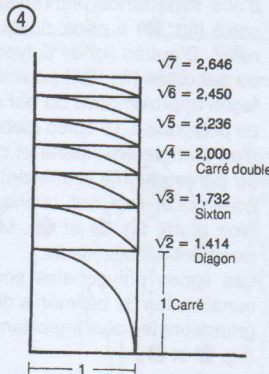
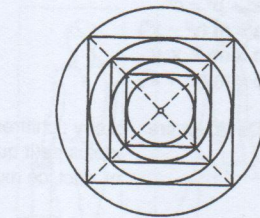
La relation entre la racine carrée de tous les nombres est indiquée (fig. ⑦). Le procédé d'analyse des facteurs permet l'usage des racines carrées pour l'installation d'éléments non rectangulaires. Mengeringhausen a développé la structure tridimensionnelle MERO en construisant à partir des valeurs approximatives des racines carrées. Le principe est celui de l'« Escargot » (spirale) (fig. ⑧, ⑨ et ⑩).

Les imprécisions des angles droits seront compensées par le raccord fileté des poutrelles au niveau des nœuds d'assemblage. Un calcul approché différent des racines carrées \sqrt{n} de tous les nombres pour des éléments non rectangulaires conduit à des fractions continues (voir p. 46) de la forme G, avec :

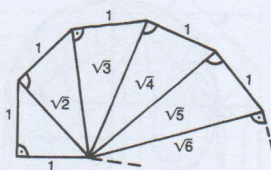
$$\sqrt{n} = 1 + \frac{n-1}{1+G}$$



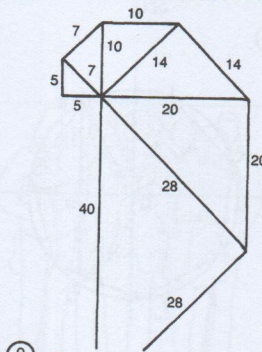
⑤ Rectangle $1/\sqrt{2}$.



⑥ Succession des racines carrées.



⑦ Relations entre racines carrées.



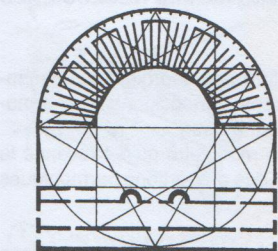
MESURES DE BASE ET PROPORTIONS PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES NÉCESSAIRES

Vitrave décrit l'application des relations géométriques et dimensionnelles en tenant compte des indications précédentes. D'après ses recherches, le théâtre romain, par exemple est construit à partir d'un triangle qui a été tourné quatre fois (fig. 1), le théâtre grec d'un carré tourné trois fois (fig. 2). Les deux constructions donnent un dodécagone. Cela se remarque à la montée des escaliers. Moessel prouva la proportion à partir de la « Section d'or » (fig. 3), bien que cela soit improbable. Le seul théâtre grec dont le plan soit basé sur un pentagone se trouve à Épidaure (fig. 4).

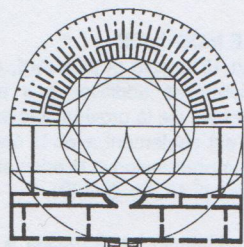
Un site d'habitation récemment découvert dans la ville antique d'Ostie, ancien port de Rome, est connu comme un principe de plan selon la « Section sacrée ». Ce principe repose sur la division par deux de la diagonale d'un carré. Lorsque l'on relie les points où les arcs de cercle de longueur $\sqrt{2}/2$ recoupent les côtés du carré, on obtient une grille comportant neuf parties. Le carré au milieu s'appelle le carré de la « Section sacrée ». L'arc AB possède, à 0,6 % près, la même longueur que la diagonale CD du demi-carré de base. Ainsi la « Section sacrée » constitue une méthode approchée pour une quadrature de cercle (fig. 5 à 8). L'ensemble du complexe de construction a été construit avec ces proportions depuis le plan de situation jusqu'aux détails d'aménagement.

Palladio donne dans ses quatre livres sur l'architecture une clé géométrique qui repose sur les indications de Pythagore. Il utilise les mêmes relations d'espace (cercle, triangle, carré etc.) et les mêmes harmonies pour ses constructions (fig. 9 et 10).

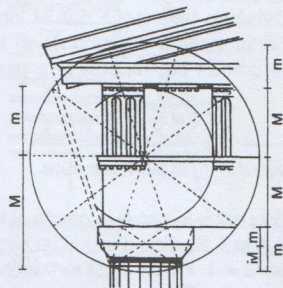
On trouve une semblable conformité auprès des vieilles civilisations de l'Orient dans des règles formulées de façon tout à fait claire (fig. 11). Ainsi les Hindous dans leur « Manasara », les Chinois dans leur modulation selon le « Toukou » et surtout les Japonais avec leur méthode « Kiwariho », ont créé des systèmes de construction qui garantissent une évolution traditionnelle et offrent d'énormes avantages économiques.



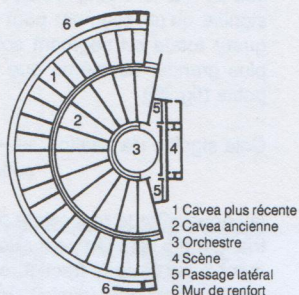
1 Théâtre romain d'après Vitruve.



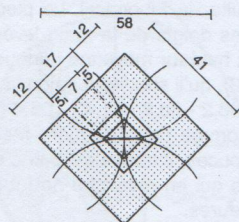
2 Théâtre grec d'après Vitruve.



3 Proportions d'un fronton de temple dorique construit à partir de la section d'or. Selon Moessel.

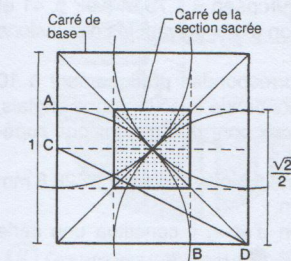


4 Théâtre à Epidaure.

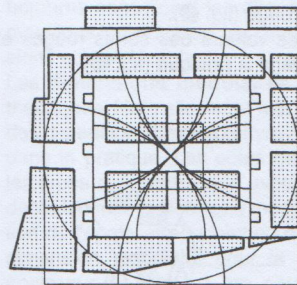


6 Principe géométrique.

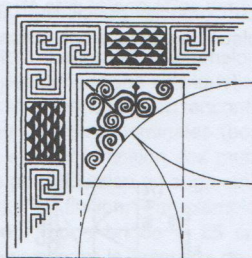
x	x	y/x ($\sqrt{2} = 1,4142...$)
1	1	1
2	3	1,5
5	7	1,4
12	17	1,4/66...
24	41	1,4/37...



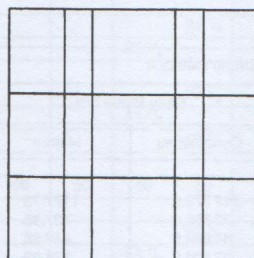
5 Section sacrée. Bâtiments dans l'antique Ostie.



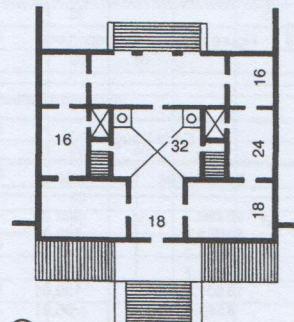
7 Plan d'ensemble.



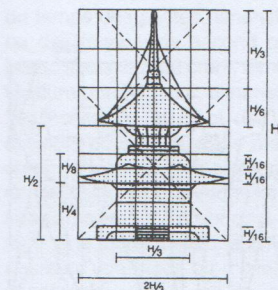
8 Mosaïque au sol dans une maison de l'antique Ostie.



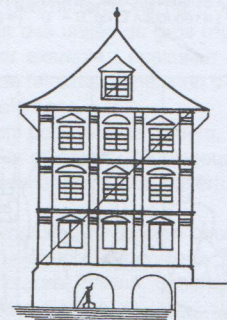
9 Clé géométrique des villas de Palladio.



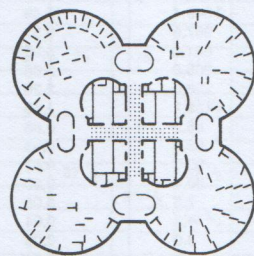
10 Palladio. Villa Pisani à Bagodo.



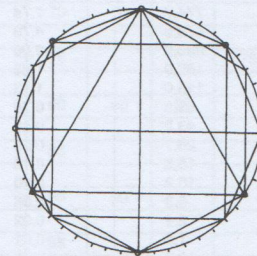
11 Pavillon du trésor japonais.



12 Maison des corporations Rügen à Zurich.



13 Plan d'ensemble du bâtiment BMW à Munich.



14 Système de coordination octogonal pour soutènement des carrés sectionnés en six éléments de façade. Polygone à 48 côtés construit à partir d'un triangle.

